

ALGEBRA, rozdz. V, VI, VIII, zadania do oddania

Parametr k = liczba trzycyfrowa, dwie ostatnie cyfry to dwie ostatnie cyfry numeru indeksu, pierwsza cyfra to pierwsza cyfra liczby liter pierwszego imienia.

Poszczególne zadania oddajemy na oddzielnych kartkach!

Należy wypełnić załączoną stronę tytułową wpisując wskazane wyniki.

Zadanie 11.

Sprawdź, że w $\mathbb{R}^3$ wektory $x = (1, -k, k)$, $y = (0, 2, -2)$, $z = (-1, -1, 1)$ są liniowo zależne.

Przedstaw wektor zerowy jako niezerową kombinację liniową tych wektorów.

Czy wektor $t = (0, 0, k)$ można przedstawić jako kombinację liniową wektorów x, y, z ? (uzasadnij),

Czy wektory x, y, t tworzą bazę? Jeśli tak, wyznacz współrzędne wektora $(1, 1, 1)$ w tej bazie.

Zadanie 12.

Wyznacz rozwiązanie ogólne równania jednorodnego:

$$\begin{cases} x - ky - kz = 0 \\ y + kz = 0 \end{cases}$$

Zadanie 13.

Dane jest przekształcenie liniowe $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (kx_1 + x_3, x_2 + x_3 - kx_4, x_1 - kx_2)$$

Określ jego macierz w bazie kanonicznej.

Wyznacz $\dim \text{Ker} f$, $\dim \text{Im} f$.

Zadanie 14.

Wyznacz wartości własne i odpowiadające im wektory własne operatora $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, którego macierz w bazie kanonicznej ma postać

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 1 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Czy wyznaczone wektory własne tworzą bazę w $\mathbb{R}^3$.

Zadanie 15.

W $\mathbb{R}^3$ ze standardowym iloczynem skalarnym wykonać ortogonalizację Grama-Schmidta bazy $x = (1, 1, 0)$, $y = (0, 0, 1)$, $z = (k, 0, k)$.

Wyznaczyć rzut wektora z na $\text{Lin}\{kx\}$. Jaka jest długość tego rzutu?

.....
data

ALGEBRA, rozdz. V, VI, VIII,

.....
Imię

.....
Nazwisko

.....
grupa

.....
nr indeksu

.....
k

ZADANIE	ODPOWIEDZI DO ZADAŃ
Zadanie 11	
Zadanie 12	
Zadanie 13	
Zadanie 14	
Zadanie 15	