

Logika i teoria mnogości – zadania powtórzeniowe cz. I

Zadanie 1.

Sprawdź, czy dana formuła jest tautologią.

- a) $[(\sim p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q)] \Rightarrow \{[p \Rightarrow (q \vee r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\}$,
b) $\{[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(p \wedge q) \Rightarrow \sim r]\} \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$

Zadanie 2.

Sprawdź, czy schemat

- a)
$$\frac{P \Rightarrow Q, \sim P \Rightarrow \sim Q}{Q \Rightarrow P},$$

b)
$$\frac{P \Rightarrow Q, P \Rightarrow \sim Q}{Q \Rightarrow P}$$

jest regułą wnioskowania.

Zadanie 3.

Oblicz $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, gdy

- a) $A = \{\{a, \{a\}\}, a\}$, $B = \{a, \{a\}\}$
b) $A = (-1; 5)$, $B = (-2; 3)$

Zadanie 4.

Sprawdzić, czy dla dowolnych zbiorów A , B , C prawdziwa jest równość

- a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$,
b) $A \cap (A \cup B) = B$,

Zadanie 5.

Wyznacz wykres funkcji zdaniowej

- a) $\Phi(x) \equiv \{x : |x| = |x+1| \wedge x \in R\}$,
b) $\Phi(x, y) \equiv \{(x, y) : x + y = 1 \wedge x \leq y \wedge x, y \in R\}$,

Zadanie 6.

Oceń wartość logiczną zdań (wszystkie zmienne są rzeczywiste)

- a) $\bigwedge_x \left(x \neq 0 \Rightarrow \bigvee_y (xy = 1) \right)$,
b) $\bigwedge_x \bigvee_y (x < y < x + 2)$,
c) $\bigvee_y \bigwedge_x (x < y < x + 2)$

Zadanie 7.

Wyznacz wykres funkcji zdaniowej (wszystkie zmienne są rzeczywiste)

- a) $\bigvee_x x^2 + y^2 = 1$,
b) $\bigwedge_x \bigwedge_y x^2 + y^2 \geq z$,

**ODPOWIEDZI
DO ZADAŃ POWTÓRZENIOWYCH
z logiki i teorii mnogości cz. I**

Zadanie 1

- a) formuła jest tautologią,
- b) formuła nie jest tautologią,

Zadanie 2

- a) schemat jest regułą wnioskowania,
- b) schemat nie jest regułą wnioskowania,

Zadanie 3

	$A \cap B$	$A \cup B$	$A \setminus B$	$B \setminus A$
a)	$\{a\}$	$\{\{a, \{a\}\}, a, \{a\}\}$	$\{\{a, \{a\}\}\}$	$\{\{a\}\}$
b)	$< -1; 3)$	$(-2; 5)$	$< 3; 5)$	$(-2; -1)$

Zadanie 4

- a) równość prawdziwa,
- b) równość nie jest prawdziwa,

Zadanie 5

- a) $W_{\Phi} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$,
- b) W_{Φ} jest półprostą (część prostej $y = -x + 1$, z punktem $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$),

Zadanie 6

- a) Prawda, (każda niezerowa liczba rzeczywista jest odwracalna),
- b) Prawda, (dla dowolnego x , przyjmujemy $y = x + 1$),
- c) Fałsz, (np. $x = y$ nie spełnia),

Zadanie 7

- a) $W_{\Phi} = [-1, 1]$,
- b) $W_{\Phi} = (-\infty, 0]$,