

Logika i teoria mnogości – zadania powtórzeniowe cz. II

Zadanie 1.

W zbiorze X dana jest relacja R . Zbadać, czy ta relacja jest: 1) zwrotna, 2) symetryczna, 3) przechodnia, 4) antysymetryczna, 5) spójna.

a) $X = N$, $R = \{(x, y) : x \mid y \wedge (x \neq y)\}$,

b) $X = Q$, $R = \{(x, y) : x + 2 = y\}$.

Zadanie 2.

W zbiorze X dana jest relacja R . Zbadać, czy ta relacja jest relacją równoważności. Jeżeli tak, to wyznaczyć klasy abstrakcji tej relacji.

a) $X = Z$, $R = \{(x, y) : x^2 \leq y^2\}$,

b) $X = N$, $R = \{(x, y) : 2 \mid x + y\}$.

Zadanie 3.

W zbiorze X dana jest relacja R . Zbadać, czy ta relacja jest relacją porządku. Jeżeli tak, to wskaż wyróżnione elementy. Czy jest to porządek liniowy? Czy jest to dobry porządek?

a) $X = C$, $R = \{(x, y) : (\operatorname{Re} x \leq \operatorname{Re} y) \wedge (\operatorname{Im} x \leq \operatorname{Im} y)\}$,

b) $X = \{2, 3, \dots, 15\}$, $R = \{(x, y) : x \mid y\}$.

Zadanie 4.

Dana jest funkcja $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$,

a) Wyznacz przeciwdziedzinę tej funkcji,

b) Wyznacz obraz zbioru $\langle -2, 2 \rangle$ w funkcji f ,

c) Wyznacz przeciwobraz zbioru $(-\infty, -6)$ w funkcji f ,

d) Czy jest to funkcja różnowartościowa?

e) Czy jest to funkcja „na”?

f) Czy istnieje funkcja odwrotna do tej funkcji?

Zadanie 5.

Dana jest funkcja $f : R - \{4\} \rightarrow R - \{0\}$,

$$f(x) = \frac{2}{x-4},$$

Wyznacz funkcję odwrotną do tej funkcji

Zadanie 6.

Wyznaczyć funkcję złożoną $g \circ f$ gdy

$$f : R \rightarrow R, f(x) = -2x + 5, g : R \rightarrow R, g(x) = 3x^2 - 4$$

Zadanie 7.

Wyznaczyć $\bigcap_{t \in T} A_t$ i $\bigcup_{t \in T} A_t$ gdy

a) $T = N$

b) $T = \langle 0, \infty \rangle$

oraz $A_t = \langle \sqrt{t}, \sqrt{2t} \rangle$

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ POWTÓRZENIOWYCH z logiki i teorii mnogości cz. II

Zadanie 1

	zwrotność	symetria	przechodniość	antysymetria	spójność
a)	-	-	+	+	-
b)	-	-	-	-	-

Zadanie 2

	zwrotność	symetria	przechodniość	relacja równoważności	klasy abstrakcji
a)	+	+	-	-	X
b)	+	+	+	+	K(1) = liczby nieparzyste K(2) = liczby parzyste

Zadanie 3

	porządek	porządek liniowy	dobry porządek	wyróżnione elementy
a)	+	-	-	brak wyróżnionych elementów
b)	+	-	-	elementy największe: brak elementy najmniejsze: brak elementy maksymalne: 12, 9, 15, 10, 14, 13, 11, 8 elementy minimalne: 2, 3, 5, 7, 13, 11

Zadanie 4

- a) $< -0,25; \infty)$,
b) $< -0,25; 12 >$,
c) $\emptyset$,
d) nie,
e) nie,
f) nie,

Zadanie 5

$$f^{-1} : R - \{0\} \rightarrow R - \{4\}; \quad f^{-1}(x) = 4 + \frac{2}{x},$$

Zadanie 6

$$g \circ f(x) = 12x^2 - 60x + 71$$

Zadanie 7

	zbiór parametrów	$\bigcap_{t \in T} A_t$	$\bigcup_{t \in T} A_t$
a)	$T = N$	$\emptyset$	$\langle 1, \infty \rangle$
b)	$T = \langle 0, \infty \rangle$	$\emptyset$	$\langle 0, \infty \rangle$